АННОТАЦИЯ

Диссертация кіріспеден, бөлімдері бар үш тараудан, қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұратын 158 беттен тұрады.

Диссертацияның кіріспесінде диссертацияның зерттеу тақырыбының қазіргі жағдайы туралы қысқаша сипаттама, зерттеудің қажеттілігінің өзектілігі мен негіздемесі келтірілген. Бірінші тарауда алдымен графиктің анықталуына, кеңістіктер мен операторлардың анықталуына, лапласпен байланысты дискретті графиктер мен жалпыланған лапластарға, метрикалық графиктерге, кванттық графиктерге және дискретті графикпен байланысты операторларға қатысты белгілі ұғымдар мен тұжырымдар енгізілген. кейінірек қажет болатын кейбір қарапайым салдарларды аяқтаңыз. Шекаралық шарттардың ерікті жиынтығы үшін конъюгациялық шекаралық формаларды құру алгоритмі көрсетілген. Максималды оператордың өздігінен қосылатын барлық шектеулеріне толық сипаттама берілген.

Екінші тарауда дифференциалдық теңдеулер жүйесі қарастырылады, бұл конъюгацияланған дифференциалды өрнек. Шекаралық шарттар, шекаралық есептер, конъюгацияланған шекаралық есептер, тұрақты шекаралық шарттар, Гриннің интервалдағы оператор функциясы, бұзылған шекаралық есеп, Грин функциясының аналитикалық сипаты, ілмектерсіз еркін қосылған геометриялық графиктердегі дифференциалды операторлар. енгізілген Лагранж формуласы үшін доғалардағы дифференциалды өрнектермен, графтың ішкі төбелеріндегі Кирхгоф шарттарымен анықталады. Шекаралық шарттардың ерікті жиынтығы үшін конъюгациялық шекаралық формаларды құрудың алгоритмі көрсетілген және максималды оператордың барлық өздігінен қосылатын шектеулерінің толық сипаттамасы берілген.

Үшінші тарауда біз екі шексіз доғадан және ұзындығы кішкене бір доғадан тұратын жұлдыз тәрізді графикадағы дифференциалды оператор үшін Дирихле есебінің Грин функциясын графикті қарастырамыз. Бұл тарауда графикалық ағашқа қатысты негізгі түсініктер, графикалық ағаштағы максималды оператордың анықтамасы, графикалық ағаштағы дифференциалды операторлардың Лагранж формуласы, дифференциалдық оператор үшін Дирихле есебінің Грин функциясы талқыланады. m үшін граф-жұлдыз, толқындық теңдеу үшін көп нүктелі емес есептер кезінде Даламбер формуласы, толқындық теңдеу үшін аралас есеп.

Бұл тезисте графиктің дифференциалды операторын бірөлшемді доғалардағы дифференциалды операторлар мен нөлдік өлшемді ішкі шыңдарындағы матрицалық операторлардан тұратын оператор ретінде қарастыру ұсынылады. Сонымен, графиктегі дифференциалды оператор дифференциалды және скалярлық матрицалық операторлардың буданы болып табылады. Мұндай операторларды спектрлік талдау тұрғысынан зерттеу өзекті мәселе болып табылады.

Математикалық тұрғыдан алғанда, графиктер қызықты, себебі олар кеңістіктің геометриясы мен топологиясына байланысты жүйелердің қасиеттерін зерттеуге жақсы үлгі болып табылады. Графиктер нөлдік және бір өлшемді коллекторлардан тұрады және осы мағынада аралас өлшемдердің графиктерде анықталған математикалық объектілердің белгілі бір қасиеттеріне қалай әсер ететіні қызықты.

Практикалық тұрғыдан алғанда, ең алдымен, серпімді құрылымдарды есептегенде, сингулярлы түрде бұзылатын аймақтарға қосылу мәселелерін зерттеу қажет. Бұл жағдайда құрылым әр түрлі өлшемді аймақтардан тұруы мүмкін. Бізге домендердің жеткілікті кіші өлшемдеріне тәуелді және әр түрлі өлшемдер жиынтығының бірігуі ретінде ұсынылатын шектелетін «қаңқаға» тәуелді болатын домендік шекаралық есептерді шешудің асимптотикалық талдауы қажет. Мұндай объектілерді көбінесе стратифицирленген жиындар деп атайды.

Графиктердегі дифференциалды операторлар «таза» дифференциалды емес, «гибридті» операторлар болғандықтан, тезистің мақсаты таза дифференциалды операторлардың спектрлік қасиеттерін зерттеу үшін құрылған математикалық аппаратты беру болып табылады. Осылайша, зерттеу объектісі графиктердегі дифференциалды операторлар болып табылады, өйткені скалярлық матрицадан және дифференциалды операторлардан тұратын операторлар. Бұл мақсатқа жету үшін диссертация келесі міндеттерді қарастырады:

- максималды операторды дұрыс анықтау;

- максималды оператор үшін Лагранж формуласын шығарады,

- қосалқы операторды құру;

- максималды оператордың барлық мүмкін болатын шектеулерін сипаттау;

- максималды оператордың дұрыс шектеулерін және олардың шешімдерінің формуласын шығаруды сипаттаңыз;

- графикалық доғалардың ұзындықтарына резолюценттердің тәуелділігін табыңыз және шектік операторға біркелкі резолютивті конвергенцияны зерттеңіз,

- шекті оператордың спектрлік әсерлерін көрсету.

Қорғауға арналған ережелер: максималды оператордың барлық мүмкін болатын шектеулерінің толық сипаттамасы берілген, максималды оператордың дұрыс шектеулері жазылған және олардың шешімдерінің формулалары табылған, графиктердің ұзындығына тәуелділігі доғалар орнатылады және шектік операторға біркелкі резолютивті конвергенция зерттеледі, шекті оператордың спектрлік әсерлері беріледі.

Диссертацияда қарапайым дифференциалдық теңдеулердің классикалық теориясының жақсы тексерілген әдістері, сызықтық дифференциалды операторлар, функционалдық талдау әдістері, шексіз операторлардың спектрлік теориясының аппараттары, комплексті айнымалы функция теориясының әдістері, сонымен қатар ҚДТ әдістері қолданылады.

Зерттеудің жаңашылдығы рельвенттердің граф доғаларының ұзындығына алғашқы тәуелділігінде жатыр және шектік операторға біркелкі резолютивті конвергенцияны көрсетеді. Шектеуші оператордың маңызды спектрлік әсерлері көрсетілген, оларға әлі де тиісті назар аударылмаған.

Салмақты дискретті сыртқы график үшін біз ішкі жиектерді ақырғы ұзындықтың шеттері ретінде және шеткі шеттерін шексіз ұзындықтың шеттері ретінде «шексіздікте» түсіндіре аламыз. Біз жиектер мен шыңдар бойынша соманы қайта реттеу туралы келесі қарапайым фактіні жиі қолданамыз. Біз сонымен қатар шыңдық кеңістікке байланысты жалпыланған шекаралық операторды немесе сыртқы туындыны анықтаймыз. Біз байланысқан Лаплас операторын анықтау үшін осы сыртқы туынды қолданамыз.

Бұл жұмыста метрикалық және кванттық графиктер үшін негізгі түсініктер берілген және кейбір жалпы мәлімдемелер алынған. Материалдың көп бөлігі стандартты болып табылады және біз қосымша нәтижелер мен сілтемелер алу үшін әдебиетке жүгінеміз. Метрикалық график топологиялық кеңістік және шыңдардан тыс интервалдарға изометриялық болғандықтан, біз өлшенетін ұғыммен таныстырып, шеттердегі функцияны дифференциалдай аламыз. Егер шекара барлық төбелерден тұрса, онда біз Дирихле шешімі операторы мен Дирихле-Нейман картасы үшін нақты формулаларды бере аламыз. Айта кету керек, бұл жағдайда шекаралық триплеттің шекаралық кеңістігі төбелердің бүкіл кеңістігімен сәйкес келеді.

Тарауды жазған кезде қарапайым өзіндік мәні бар ауданда бұзылған оператордың Грин функциясының Лоран кеңеюінің негізгі бөлігі есептелді. Бөлек нүктелерде жалпы геометриялық графиктердің орнына біз олардың ерекше түрлерін қарастырамыз: граф-ағаш және граф-жұлдыз. Сонымен қатар, Лагранж формуласы мен өзін-өзі реттейтін шектеулердің сипаттамасы сияқты жоғарыда келтірілген кейбір мәлімдемелер әлдеқайда қарапайым болады. Атап айтқанда, ішкі шыңдарында Кирхгоф шарттары бар ағаштың дифференциалды операторы үшін Лагранж формуласы берілген.Ағаш тәрізді графикте берілген максималды дифференциалды оператордың дұрыс шектеулерін толық сипаттау мәселесі зерттелген. Бұл кіші бөлімде максималды оператордың өздігінен қосылатын барлық шектеулері, сондай-ақ максималды оператордың барлық инвертті шектеулері сипатталған. Ол үшін алдымен ағаштар графигімен байланысты белгілі ұғымдар ұсынылады.

Бағытталған ағаш туралы түсініктер енгізілді - циклдік диграф (циклдерді қамтымайтын бағытталған график), онда тек бір шыңында нөлдік кіру дәрежесі бар (оған доғалар әкелмейді), ал қалған барлық төбелерде дәрежесі бар кіру 1 (дәл бір доға оларға әкеледі). Нөлдік кіру дәрежесі бар шың ағаштың түбірі деп аталады, біз оны 0 арқылы белгілейміз, нөлдік шығу дәрежесі бар шыңдар (одан доғасы шықпайды) шекаралық төбелер немесе жапырақтар деп аталады және олармен белгіленеді. Шекарасы жоқ шыңдар ішкі деп аталады. Доғалардың ұзындығы бірдей деп есептеледі. Бұдан басқа, біз тамырдан тек бір доға шығады деп есептейміз. Лагранж формуласы интервал бойынша дифференциалды операторларды зерттеуде маңызды рөл атқарады. Ағаш диаграммасындағы дифференциалды оператор жағдайында Лагранж формуласының аналогы жұмыста келтірілген. Сонымен қатар бірнеше леммалар құрастырылған.

Бұл жұмыста жолақты құрылымы бар тербелмелі жүйелердің моделі болып табылатын екінші ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесі зерттелген. Графиктердегі дифференциалды операторларға арналған есептерді қазіргі кезде математиктер белсенді түрде зерттеп жатыр және кванттық механикада, органикалық химияда, нанотехнологияда, толқын өткізгіш теориясында және жаратылыстанудың басқа да салаларында қосымшалары бар. Граф - бұл «дерексіз» сегменттер мен төбелерден тұратын құрылым, олардың іргелес орналасуы белгілі бір қатынаспен сипатталады. Берілген график бойынша операторды анықтау үшін шекаралық шыңдар жиынын таңдау қажет. Шекарасы жоқ шыңдар ішкі төбелер деп аталады. Берілген график бойынша дифференциалды оператор доғалар бойынша берілген дифференциалды өрнектермен ғана емес, сонымен қатар графтың ішкі төбелеріндегі Кирхгоф типті шарттармен де анықталады.

Бұл жұмыста біз жұлдыз тәрізді график бойынша дифференциалды оператор үшін Дирихле есебін шештік. Біз ішкі шыңдардағы стандартты желімдеу шарттарын және шекаралық шыңдарда Дирихле шекара шарттарын қолдандық. Сондай -ақ, бұл жұмыста Гриннің жұлдыздар графигіндегі дифференциалды оператордың қызметі көрсетілген. Грин функциясының құрылысы мен қосылған шыбықтар модельдерінің өзіндік функцияларының кеңеюі сияқты спектрлік теорияның сұрақтары аз зерттелген. Графиктер бойынша дифференциалды операторларды спектрлік талдау - кванттық механиканың қазіргі есептерін шешудің негізгі математикалық құралы.

Негізгі назар графиктердегі екінші ретті дифференциалды операторлардың спектріне аударылады. Графиктердегі әр түрлі функционалды кеңістіктер. біз анықтаймыз, ал біз дифференциалды жүйелер мен жоғарыда айтылған функциялар кеңістігі тұрғысынан графиктердегі шекаралық есептерді анықтаймыз. Графикте шекаралық есептер бөлінген шекаралық шарты бар жүйеге эквивалентті екені көрсетілген. Бұл жұмыстың негізгі мақсаты-Дирихле мәселесін шешу және оның Грин функциясын жұлдыз тәрізді график үшін құру. Жұлдызды график - бұл бір шыңы біреуден жоғары дәрежесі бар байланысқан граф. Бір градустан асатын шың жұлдызды графтың ішкі төбесі деп аталады. Ішкі емес шыңдар шекаралық төбелер деп аталады.

Бұл жұмыста біз жұлдыздар графигіндегі екінші ретті дифференциалдық теңдеулер үшін Грин функциясының қасиеттерін зерттейміз. Бұл бөлімде біз Гриннің функциясының Фурье сериялы кеңею мәселесін сәйкес спектрлік есептің өзіндік функциялары тұрғысынан зерттейміз. Толқындық теңдеу үшін Коши есебінің шешімі Даламбер формуласымен берілгені белгілі. Даламбер формуласының физикалық мағынасы толқынның таралуына сәйкес келеді. Толқындық теңдеудің шешімдерінде сипаттамалар бойымен таралатын үзіліс болуы мүмкін. Жол мен штангаға арналған толқындық теңдеудің үзіліссіз шешімдерінің физикалық мағынасы жоқ. Бірақ дәл осындай теңдеу ұзын тар құбырдағы газ қысымымен қанағаттандырылады. Қысым көтерілуі мүмкін. Газ динамикасындағы толқындық теңдеудің үзілген шешімдері соққы толқындары деп аталады. Даламбер әдісі немесе түсу мен шағылысқан толқындар әдісі толқындық теңдеу үшін Коши есебін шешуге ғана емес, сонымен қатар аралас есептердің шешімін табуға мүмкіндік береді. Жартылай шектелген жіпте толқындық шағылыстың әсері байқалады, ол шекаралық шарттың формасына байланысты. Шектелген жолдар жағдайында толқындар да көрсетіледі, бірақ бұл әсер неғұрлым күрделі сценарийде пайда болады.

Толқындық теңдеу үшін аралас көп нүктелі есеп үшін Даламбер формуласы өзгертілген құжаттар қарастырылады. Бұл жағдайда аралас көп нүктелі есептің шешімі жеткілікті тегіс деп есептеледі. Алғашқы туындылардың үзілуін мойындайтын толқындық теңдеудің аралас көп нүктелі есебінің Даламбер формуласының аналогы енгізілген жұмыстар да қарастырылады. Бұл жұмыста біз граф-жұлдызды білдіретін тізбектер үшін Даламбер формуласын тұжырымдап, дәлелдедік.

Анықтамалық есептер спектрінің жиынтығы үшін кері есептердің көрсетілген тұжырымдамаларымен қатар, тірек есептердің тек шекаралық шарттарын бірегей түрде қалпына келтіру мүмкіндігін зерттеу қызығушылық тудырады. Біз мұндай мәселелерді шекаралық шарттарды анықтау мәселелері деп атаймыз. Кейде бұл мәселені Штурм-Лиувиль операторының доменін анықтау мәселесі деп атайды, себебі оператордың доменін әр түрлі (бірақ эквивалентті) шекаралық шарттар жиынтығымен көрсетуге болады. Эталондық есептердің шекаралық шарттарын анықтау есептері әдетте шекаралық коэффициенттердің шектеулі санын қайта құруды талап етеді.

Бұл жұмыста шекаралық шарттарды бірмәнді түрде қалпына келтіру үшін әрбір анықтамалық есептен меншікті мәндердің шектеулі санын көрсету жеткілікті екендігі дәлелденді. Ұқсас нәтиже соңғы интервалдағы жоғары ретті дифференциалды операторлар үшін жұмыста дәлелденді. Бұл жұмыста ұқсас нәтиже Штурм-Лиувилль операторы үшін жұлдыздар графигінде дәлелденген. Бұл жағдайда шірімейтін шекаралық шарттарға ерекше назар аударылады. Қатты байланыстырушы құрылымдар үшін шекаралық зақымдарды анықтау. Қатты заттардың бір-біріне әсері мен тәжірибелік жағдайға байланысты күрделі тақырып болып қала береді. Егер байланыстырушы құрылымның ұштары визуалды тексеру үшін қол жетімсіз болса, шекаралық зақымдарды анықтау қиын. Демек, бұл жұмыста шекаралық зақымдарды анықтау үшін байланыстырушы құрылымдардың бойлық тербелістерінің табиғи жиіліктері пайдаланылды, өйткені байланыстырушы конструкциялардың тербелістерінің табиғи жиіліктерін инженерлік датчиктермен өлшеуге болады.

Кіші тараулар анықтамалық есептерді таңдау әдісін көрсетеді, олардың спектрлері бастапқы шекаралық есептердің шекаралық шарттарын немесе эквиваленттік шекаралық шарттарды бірегей табуға мүмкіндік береді. Шын мәнінде, шекаралық коэффициенттерді анықтауда көмекші тірек есептің барлық спектрі емес, тек оның соңғы бөлігі ғана қолданылады.

Диссертацияда алынған ғылыми тұжырымдардың негізділігі мен сенімділігі олардың дәйекті теориялық-математикалық негіздемесімен, сондай-ақ ашық көздерде бар технологиялық және өндірістік деректермен салыстырғанда эксперименттік мәліметтермен расталады.

Жұмыстың нәтижелері болашақта графиктер бойынша шекаралық есептердің спектрлік теориясын әзірлеуде және серпімділік теориясында, тұрақтылық теориясында және т.б. пайда болатын мәселелерді зерттеуде қолдануды таба алады.

Алынған барлық нәтижелер жаңа және біздің шешімдеріміздің жеке әдістеріне негізделген. Дирихле есебінің өзіндік функциялары бойынша Фурье қатарындағы графикте қарастырылатын дифференциалды оператордың доменінен кез келген функцияның қалдық кеңеюінің бар екендігі анықталды.

Басылымдар. Диссертация нәтижесі 13 мақалада жарияланды. Оның ішінде рейтингтік журналдарда 3 мақала [40,41,42], ҚР БҒМ ККСОН ұсынған журналдарда 5 мақала [43,44,45,46,47], халықаралық конференциялар материалдарында 6 реферат [48,49 , 50,51, 52.53].